

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – gennaio 2020



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x+4}{x^2+4}\right)$$

Dominio	$E = (-4, +\infty)$
Positività	$P = (0, 1)$
Intersezioni	$A(0;0) \quad B(1;0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 1} - x + 4)$ e $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log(7-2x)}{x^2 - 2x - 3}$

Soluzioni	$11/2; -1/2$
-----------	--------------

Domanda 3 (punti 3, 3*, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x^2+9}{x}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{x^2-9}{x \cdot (x^2+9)} \quad E = (0, +\infty)$
Estremi	$m(3; \log 6) \quad \text{cresce in } (3, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 3*, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = (x^2 - x) \cdot e^{x+5}$

Derivata prima	$f' = (x^2 + x - 1) \cdot e^{x+5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = (x^2 + 3x) \cdot e^{x+5}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-3; 12e^2); F_2(0;0)$ convessa in $(-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + x^2 + 3}}{x^2 - 7x + 6}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{1, 6\}$
As. verticali	$x = 1$ e $x = 6$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 4*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{x+4}{4x+5} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(2-4x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{16}(4x+11\log(4x+5))$ $\frac{1}{4} + \frac{11}{16} \log \frac{9}{5} \approx 0,65$
Integrale indefinito	$\frac{1}{8}(4x^2 \cdot \log(2-4x) - \log(1-2x) - 2x^2 - 2x) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = k \\ k \cdot x - 2y + z = 2 \\ x + k \cdot y + 2z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -1; 8$: incompatibile $k \neq -1; 8$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^2 + 2k + 4}{-k^2 + 7k + 8}; y = \frac{-2k^2 + 2k + 7}{k^2 - 7k - 8}; z = \frac{k^3 - 6k - 2}{k^2 - 7k - 8}$

Domanda 8 (punti 4, 6*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 - 2x \cdot y - x + y^2 + 2y - 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 4y = 6$.

Derivate parziali	$f_x = 4x - 2y - 1 \quad f_y = -2x + 2y + 2$
Estremi liberi	$m(-1/2; -3/2) \quad z = -9/4 \quad H = 4$
Estremi vincolati	$m(1; 1) \quad \lambda = 1/2 \quad z = 1$ $H = -104$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Rolle: esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 2, 3*)
- 3) Condizioni affinché un sistema lineare abbia infinite soluzioni (punti 2, 3*)

*Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*